Zajęcia 16

Temat: Programowanie zachłanne, dynamiczne 1

Czas trwania: 2x45 min

Cel zajęć:

projektuje i programuje proste problemy z różnych dziedzin, stosuje przy tym: instrukcje wejścia/wyjścia, wyrażenia arytmetyczne i logiczne, instrukcje warunkowe, instrukcje iteracyjne, tablice, rekurencję, pisze własne funkcje rekurencyjne, przetwarza tablice dwuwymiarowe, algorytmy zachłanne testuje poprawność programów dla różnych danych, posługuje się zintegrowanym środowiskiem programistycznym przy pisaniu, uruchamianiu i testowaniu programów;

Efekty:

- umie uruchomić potrzebne oprogramowanie,
- umie napisać program z wykorzystaniem funkcji rekurencyjnej, równaniami rekurencyjnymi,
- zna operacje na zbiorach,
- zna przeszukiwanie z powrotami

Formy i metody pracy: praca samodzielna, dyskusja, omówienie, pogadanka

Zadania do wykonania na zajęciach	**Treści programowe**
1. Pszczółki	M.3, P.2.17, P.2.19, A.3.5
2. iGruszka	M.3, P.2.17, P.2.19, A.3.5
3. Spadek	M.3, P.2.17, P.2.19, A.3.5

Materiały do zajęć:

https://www.main2.edu.pl/main2/courses/show/7/20/

https://www.main2.edu.pl/main2/courses/show/7/22/

Zadania do wykonania w domu:

Urzędnicy (V OIG):

https://szkopul.edu.pl/problemset/problem/cSV0kK7zLib42_NGIA7DvOoZ/site/

ZADANIA I ROZWIĄZANIA:

Zadanie 1. Pszczółki

Dostępna pamięć: 256MB

Pszczoły rozmnażają się w specyficzny sposób: z niezapłodnionych jaj rodzą się samce (trutnie), a z zapłodnionych – samice (pszczoły). Rodzina pszczoły jest więc nietypowa – ma ona co prawda i ojca, i matkę, ale już tylko jednego dziadka i dwie babki.

Janek dogłębnie bada ten temat i zastanawia się, ile męskich przodków żyło w rodzinie pszczoły w n-tym pokoleniu. Pomóż Jankowi dokonać obliczeń!

Wejście

Pierwszy wiersz zawiera jedną liczbę całkowitą n ($0 < n \leq 10^5$) – numer pokolenia pszczoły, dla którego szukamy liczby trutni.

Wyjście

Jedna liczba całkowita – liczba trutni w n-tym pokoleniu. Ponieważ liczba trutni bardzo szybko rośnie, wystarczy, że wypiszesz wynik mod 10^9+7.

Przykład

Wejście	Wyjście
5	5

Rozwiązanie

Łatwo zauważyć, że liczba trutni w n-tym pokoleniu to n-ty wyraz ciągu Fibonacciego. Możemy oczywiście wyznaczyć wskazaną wartość ze wzoru iteracyjnego, ale w celach dydaktycznych pokażmy, jak w łatwy sposób wykorzystać rekurencję w połączeniu z programowaniem dynamicznym tak, by nie stracić na złożoności obliczeniowej.

Aby wyznaczyć liczbę trutni w n-tym pokoleniu skorzystajmy ze wzoru:

$$pszczółki(n) = \begin{cases} 1 \ dla \ n \leq 2 \\ pszczółki(n-1) + pszczółki(n-2) \ dla \ n > 2 \end{cases}$$

Kod funkcji:

```
pszczółki(n)
      jeżeli n ≤ 2
            zwróć 1
      zwróć pszczółki(n-1)+pszczółki(n-2)
```

Łatwo zauważyć, że liczba wywołań rekurencyjnych funkcji będzie rosła bardzo szybko (w zbliżonym tempie do wartości n-tego wyrazu ciągu Fibonacciego). Co stanowi największy problem? Wielokrotne wywoływanie funkcji dla już wcześniej obliczonych parametrów. Aby temu zapobiec zapamiętujmy każdą obliczoną wartość w tablicy `trutnie[]`. Wówczas obliczenie nowej wartości funkcji będzie konieczne jedynie wówczas, gdy nie została jeszcze wyznaczona wartość w tabeli `trutnie[]`. Pamiętajmy, by po każdym kroku zapamiętywać wynik mod 10^9+7.

```
pszczółki(n)
      jeżeli n < 2
```

```
    zwróć 1
    jeżeli trutnie[n]=0
         trutnie[n] ← (pszczółki(n-1)+pszczółki(n-2) ) mod 10^9+7
    zwróć trutnie[n]
```

Zadanie dla uczniów: Oszacować złożoność obliczeniową każdego z rozwiązań.

Zadanie 2. iGruszka

Limit pamięci: 64MB

Firma *iGruszka* wyprodukowała nowy model smartfona. Telefon ma dotykowy ekran, całkiem niezłe parametry i śliczne logo w kształcie nadgryzionej gruszki. Zarząd firmy postanowił jak najwięcej zarobić na swoim sztandarowym produkcie. Przeprowadzono więc bardzo szczegółowe badania sprawdzające, jaką kwotę są gotowi zapłacić poszczególni klienci za aparat. Sprawdzono też, jaką liczbę telefonów mogą wyprodukować firmowe fabryki. Znając koszty produkcji urządzenia, wyniki badań klientów oraz liczbę możliwych do zamówienia smartfonów, oblicz najlepszą cenę urządzenia (tzn. taką, by firma *iGruszka* zarobiła jak najwięcej) oraz zysk firmy.

Wejście

Pierwszy wiersz wejścia zawiera trzy liczby całkowite s, k oraz n – odpowiednio liczba możliwych do wyprodukowania telefonów, koszt jednego telefonu oraz liczba potencjalnych klientów ($0 \leq s, k, n \leq 10^6$). W kolejnych n liniach znajdują się maksymalne kwoty x_i, które i-ty klient jest gotowy zapłacić za telefon ($0 \leq x_i \leq 10^6$).

Wyjście

Na wyjściu w jednym wierszu wypisz jedną liczbę całkowitą – maksymalny możliwy do uzyskania zysk firmy.

Przykład

Dla danych wejściowych:	poprawną odpowiedzią jest:
5 8 5 15 11 10 12 16	14

Rozwiązanie

Zadanie to możemy rozwiązać metodą zachłanną – będziemy próbowali sprzedać jak największą liczbę telefonów za jak największą możliwą kwotę (maksymalizacja zysków). W tym celu posortujemy zyski (kwota, jaką gotów zapłacić jest klient minus koszt produkcji telefonu), jakie wygeneruje każdy klient za nowy telefon i będziemy analizować zarobek firmy począwszy od najwyższego. Zauważmy, że telefon za podaną cenę mogą kupić wszyscy klienci, którzy zadeklarowali *co najmniej* podaną kwotę. Zapamiętamy przy tym największy osiągnięty wynik.

W poniższym kodzie pominięto wczytywanie:

```
dla i=0,1,…, n-1 wykonuj
      x[i] ← x[i] - k
sort(a,a+n)
max_zarobek ← 0
dla i=0,1,…, n-1 wykonuj
      ilu_klientów ← n – i
      jeżeli ilu_klientów > s
            ilu_klientów ← s
      wartość ← ilu_klientów · a[i]
      jeżeli wartość > max_zaronek
            max_zarobek ← wartość
wypisz max_zarobek
```

Zadanie dla uczniów: Oszacować złożoność obliczeniową rozwiązania.

Zadanie 3. Spadek

Stary Jan ma dwóch synów. Ponieważ chłopcy często się kłócą, postanowił zapobiec następnym niesnaskom i sam podzieli majątek między nich. Jan chce rozdzielić majątek na dwie części tak, aby różnica wartości pomiędzy nimi była jak najmniejsza. Jeśli nie da się podzielić po równo, starszy syn otrzyma więcej.

Wejście

W pierwszym wierszu standardowego wejścia zapisano liczbę naturalną p ($1 \le p \le 150$) – liczbę składników majątku, a następnie ich wartości w_i ($1 \le w_i \le 10\,000$, $i = 1, 2, 3 \ldots p$).

Wyjście

W jednym wierszu standardowego wyjścia zapisz kwoty wartości części majątku starszego i młodszego syna, rozdzielając je spacją.

Przykłady

Wejście 4 2 2 2 5 Wyjście 6 5	Wejście 5 10 5 10 5 5 Wyjście 20 15

Rozwiązanie

Zadanie to klasyczny problem wydawania reszty. Zauważmy, że dysponując skończoną liczbą przedmiotów o określonych wartościach nie zawsze możemy uzyskać satysfakcjonującą nas sumę. Błędne byłby również w tym wypadku użycie metody zachłannej – wybieranie przedmiotu o jak największej i dodawanie go do wybranej sumy.

Spróbujmy zatem wyznaczyć wszystkie możliwe do uzyskania sumy. Zawsze możemy uzyskać sumę 0 (nie biorąc żadnego przedmiotu). Zapamiętajmy ją jako pierwsze maksimum m. Teraz dla każdego aktualnego przedmiotu zaktualizujmy dotychczas osiągnięte kwoty o jego wartość (od prawej do lewej; w ten sposób unikniemy błędnego wielokrotnego aktualizowania tego samego wyniku).

```
m ← 0
wartości[0] ← 1
wczytaj(n)
dla i=1,2,…, n wykonuj
     wczytaj aktualny
     k ← m //zapamiętuję ostatni element do aktualizacji
     m ← aktualny + m //aktualizuję maksimum
     wykonuj
          jeżeli wartości[k] = 1
               wartości[k+altualny] ← 1
          k ← k - 1
     dopóki k ≥ 0
```

Na koniec nie pozostało nam nic więcej, niż wybrać te dwie kwoty, które różnią się jak najmniej od siebie:

```
j ← m div 2
dopóki wartości[k] ≠ 1
     j ← j - 1
wypisz m – j, j
```

Zadanie dla uczniów: Oszacować złożoność obliczeniową rozwiązania.